

新竹市112學年度國中數學能力競賽

數學百分王【題本】

請不要翻開次頁！

讀完本頁說明，鐘響時才可以開始作答！

*請先於題本上寫上考試編號末兩碼，確定您的答案卡與桌面上的貼紙考試編號是否一致無誤。

※請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

- 1、此份題本為國中數學能力競賽數學百分王題本，總計25題，雙面列印，共7頁，測驗時間為11:00到11:30，共30分鐘。
- 2、根據各題題意，由四個選項中，選出正確者。
- 3、請用2B鉛筆將答案劃入【答案卡】每題4分，答錯倒扣1分至0分為止，滿分100分。

注意事項：

- 1、(1)競賽鈴聲響時開始作答，未響前不准動筆，並不得翻閱試題卷；
鈴聲結束時，請停止作答，繼續作答者，該項成績以0分計算。
(2)測驗時請將個人手機、電子穿戴設備及鬧鈴器具關閉，並放置於個人手提袋內，不可拿出來使用。
(3)使用2B填答；考生可攜帶三角板、直尺、圓規，但不得攜帶量角器或附量角器功能之文具。
(4)測驗競賽完畢，考生不可帶走題目卷。
- 2、如有下述違規事件，經監考人員填寫於試場違規紀錄表，並經考生簽名確認後，該項成績扣10分計算，累計扣分至該項比賽0分為限：
 - a. 測驗期間個人手機、電子穿戴設備及鬧鈴器具聲響。
 - b. 競賽期間口語交談或言行有異。
 - c. 使用計算機、其他輔助工具或翻閱任何書籍。
 - d. 競賽開始鈴響前動筆，或翻閱試題卷、答案卷。
 - e. 其他由監考人員認定之違規舉動。以下情節者，以0分計算：
 - a. 鈴聲結束停止作答後，繼續作答者，該項成績以0分計算。
 - b. 未使用黑筆填答，該張答案卷以0分計算。

1. 將一個二位數重複寫三次會得到一個六位數，例如：17寫三次為171717。

則像這樣的六位數不一定有下列哪一個質因數？

- (A)3
- (B)7
- (C)13
- (D)17

2. 3^{2023} 的個位數字為何？

- (A)1
- (B)3
- (C)7
- (D)9

3. 若三角形的周長為 20，其三邊長均為整數且均不等長，請問這樣的三角形共有幾種？

- (A)4
- (B)5
- (C)6
- (D)7

4. 在直角坐標平面上，若方程式 $x - 2y + a + 2b = 0$ 的圖形只通過兩個象限，

則 $a + 2b + 2$ 之值為何？

- (A)-1
- (B)0
- (C)1
- (D)2

5. 已知六位數 $20xy23$ 可以被33整除，則符合條件的六位數 $20xy23$ 共有多少個？

- (A)3
- (B)4
- (C)5
- (D)6

6. 現有合金三種，已知其成分(按重量之比例)如右表，如果要用這三種合金製造另一種合金重27公兩，並使其鈦、金、銀的含量一樣，則A、B、C三種合金各需多少公兩？

- (A) 4、4、19
- (B) 5、5、17
- (C) 6、6、15
- (D) 7、7、13

成份 種類	鈦:金:銀
A合金	2 : 5 : 1
B合金	5 : 2 : 1
C合金	1 : 1 : 2

7. 若 $a=100^{30}$, $b=400^{20}$, $c=9216^{10}$, 則 a 、 b 、 c 三數的大小關係為何?

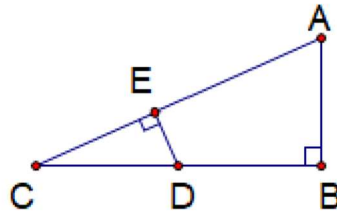
- (A) $a > b > c$
- (B) $b > a > c$
- (C) $b > c > a$
- (D) $a > c > b$

8. $2x^2 - 2|x| - 6 = 0$, 求 x 的負數解為?

- (A) 無解
- (B) $-\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)$
- (C) $\frac{1-\sqrt{13}}{2}$
- (D) $-\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)$

9. 如圖, $\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, 已知 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 且 $\overline{DE}$ 垂直 $\overline{AC}$, 則 $\overline{AE} : \overline{EC}$ 之比值為何?

- (A) $\frac{4}{3}$
- (B) $\frac{3}{2}$
- (C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
- (D) $\sqrt{5}$



10. 已知 $x - y = 2 + \sqrt{3}$, $y - z = 2 - \sqrt{3}$, 則 $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = ?$

- (A) 14
- (B) 15
- (C) $15 - 4\sqrt{3}$
- (D) $14 + 4\sqrt{3}$

11. 已知數線上 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 相異三點, 且 $|a - b| - |a - c| = |c - b|$ 。

甲、乙兩人對於 A 點、 B 點、 C 點在數線上的位置關係說明如下:

甲: 若 C 點在 A 點的右邊, 則 B 點也會在 A 點的右邊。

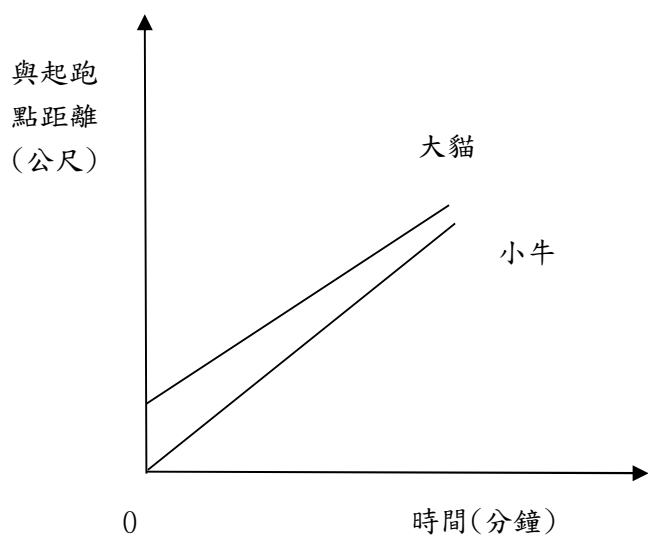
乙: 若 A 點在 C 點的右邊, 則 C 點也會在 B 點的右邊。

請問關於甲、乙兩人的說明, 下列判斷何者正確?

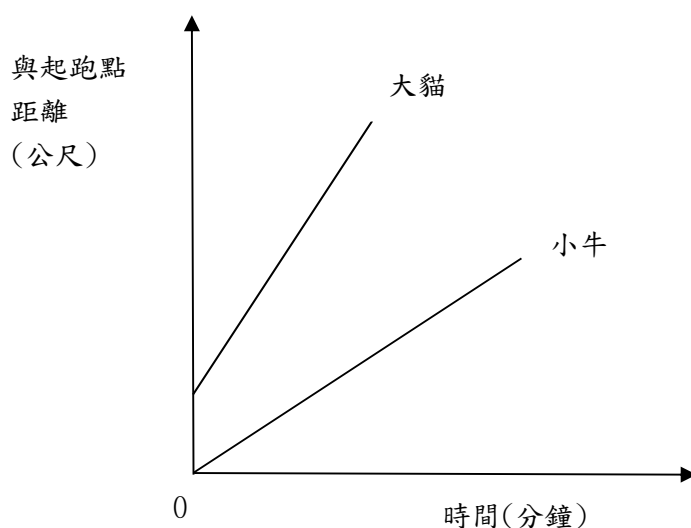
- (A) 甲、乙都正確
- (B) 甲正確、乙錯誤
- (C) 甲錯誤、乙正確
- (D) 甲、乙都錯誤

12. 小牛及大貓一同參加台南古都馬拉松路跑，小牛準時起跑，大貓因事慢出發，等大貓起跑時，小牛已經跑了400公尺。兩人都各自維持等速率前進，當大貓花了4分鐘前進500公尺時，小牛也在這4分鐘前進了400公尺。則下列哪個選項可以代表兩人在這次路跑的關係圖？

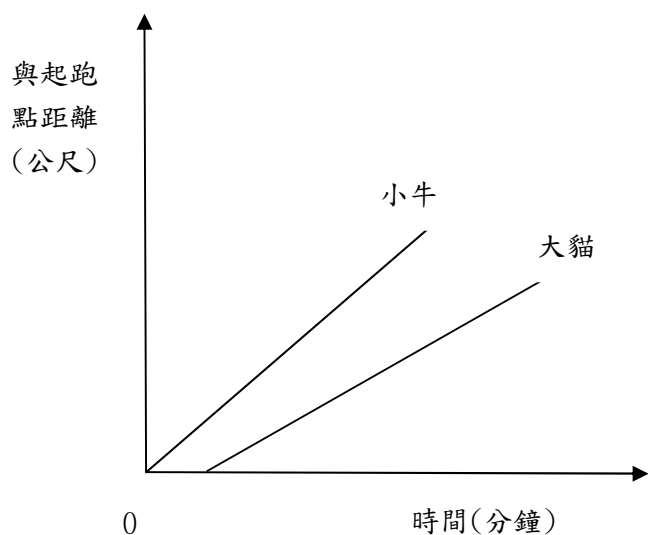
(A)



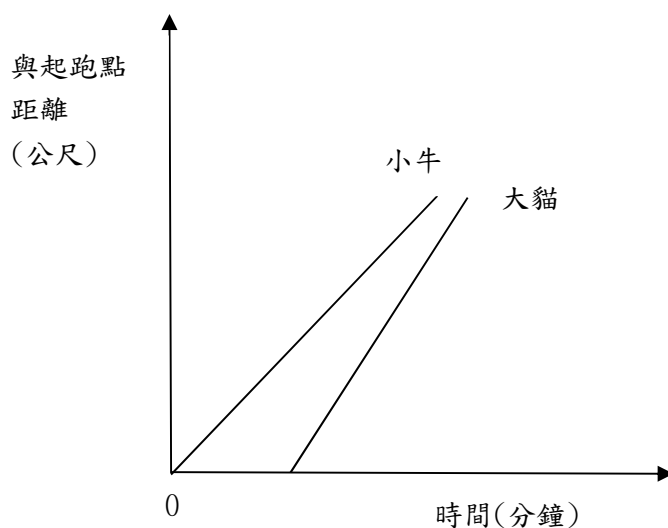
(B)



(C)



(D)

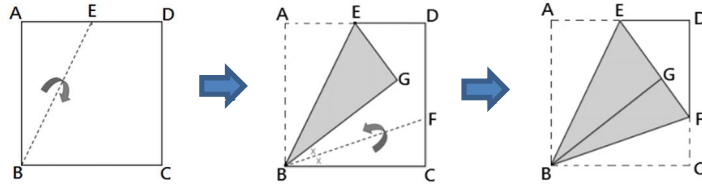


13. 如下圖，小明按照以下步驟完成一張正方形色紙的摺紙：

第一步：以 $\overline{BE}$ 為折痕，將正方形 $ABCD$ 摺疊，其中 $\overline{AE}:\overline{ED}=3:4$ 。

第二步：以 $\overline{BF}$ 為折痕，將正方形 $ABCD$ 摺疊，其中 $\overline{BF}$ 為 $\angle GBC$ 的角平分線， F 在 $\overline{CD}$ 上。

小明發現原來正方形的邊 $\overline{AB}$ 與 $\overline{BC}$ 經由折疊後會重疊於 $\overline{BG}$ ，且 E, F, G 共線，若正方形邊長為14，則 $\overline{FG}=?$ 。

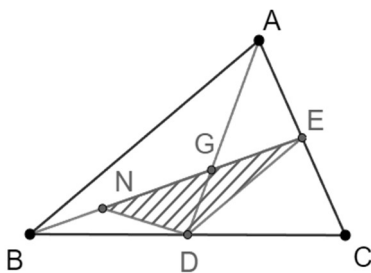


- (A) 5.4
- (B) 5.5
- (C) 5.6
- (D) 5.7

14. 花媽與橘子去百貨公司瘋狂採購，花媽買了5件A商品、7件B商品、1件C商品，共花了4330元；橘子買了7件A商品、10件B商品、1件C商品共花了6070元。若花爸想要購買A、B、C商品各1件則需花多少元？

- (A) 750
- (B) 800
- (C) 850
- (D) 950

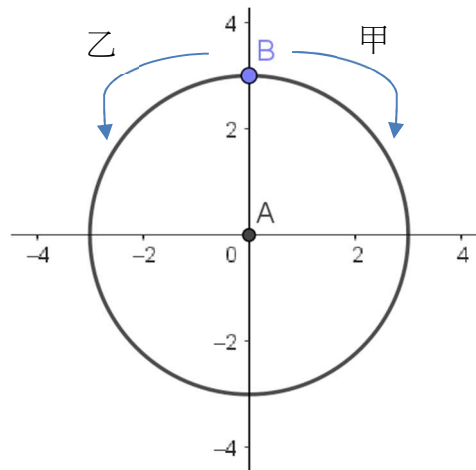
15. G 為 $\triangle ABC$ 的重心， $\overline{BN}:\overline{NG}=2:3$ ， $\triangle NDE$ 的面積： $\triangle ABC$ 的面積比為何？



- (A) 11:15
- (B) 11:30
- (C) 11:60
- (D) 11:90

16. 如下圖，坐標平面上甲、乙兩人從 $B(0,3)$ 出發，分別以順時針與逆時針方向繞著圓 A 以等速率行走，已知甲4分鐘繞完一圈，乙28分鐘繞完一圈，試問兩人第101次碰面是位於何處？

- (A) x 軸
- (B) 第二象限
- (C) 第三象限
- (D) 第四象限



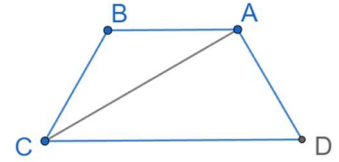
17. 銳角三角形三邊長成等差數列，且周長小於48，邊長為正整數，試問這種三角形共有多少個？

- (A) 34
- (B) 36
- (C) 38
- (D) 40

18. $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 3$ 、 $\overline{AC} = 4$ ， $\overline{BC}$ 與 $\overline{AC}$ 邊上之兩中線 $\overline{AE}$ 、 $\overline{BD}$ 互相垂直，則 $\overline{AB}$ 長為何？

- (A) 5
- (B) $\sqrt{7}$
- (C) $\frac{5}{2}$
- (D) $\sqrt{5}$

19. 如圖，等腰梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{BC} = \overline{AD}$ ，其中 $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\angle B = 120^\circ$ ，則 $\overline{CD} = ?$

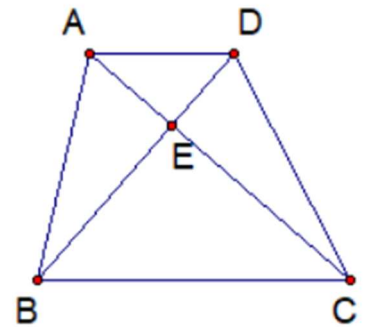


- (A) $2\sqrt{6} + 2$
- (B) $2\sqrt{6}$
- (C) $4\sqrt{3}$
- (D) $3\sqrt{3}$

20. 已知 a 、 b 為非零的整數，滿足 $a^2b + ab^2 + a + b = 20$ ，則 $a^2 + b^2$ 之值為下列何者？

- (A) 8
- (B) 19
- (C) 38
- (D) 98

21. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 互相垂直相交於 E 點，已知 $\overline{AD} = 6$ 、 $\overline{BC} = 14$ 、 $\overline{BD} = 16$ ，則四邊形 $ABCD$ 之面積為多少平方單位？



- (A) 84
- (B) 92
- (C) 96
- (D) 112

22. 某一個公差不為零的等差數列，前 n 項的和以 S_n 表示，且已知 $S_8 = S_{17}$ ，則這個等差數列的第幾項為 0？

- (A) 12
- (B) 13
- (C) 15
- (D) 25

23. 某日阿里山國中七年一班轉來一位轉學生，其身高為175公分，加入後讓七年一班的平均身高增加2公分；後來又轉來一位轉學生，其身高為161公分，加入後又讓七年一班的平均身高減少1公分，試問七年一班最初中一開始原有多少人？

- (A)4
- (B)6
- (C)8
- (D)10

24. 下列選項何者最大？

- (A) $\sqrt{55} - \sqrt{53}$
- (B) $\sqrt{155} - \sqrt{153}$
- (C) $\sqrt{255} - \sqrt{253}$
- (D) $\sqrt{355} - \sqrt{353}$

25. 若 a 的3倍除以 b 的2倍，得商5，餘數為1。則 a 的4倍除以10，所得的餘數是多少？

- (A)5
- (B)6
- (C)7
- (D)8