

新竹市 112 學年度國中數學能力競賽

數學達人賽【題本】

請不要翻開次頁！

*讀完本頁說明，鐘響時才可以開始作答！

*請先於題本上寫上考試編號末兩碼，確定您的答案卷與桌面上的貼紙考試編號是否一致無誤。

※請閱讀以下測驗作答說明：

測驗說明：

- 1、此份題本為國中數學能力競賽數學達人賽題本，雙面列印，第一部分為填充題，共 10 題，第二部分為計算證明題，共 2 題，總計 12 題，測驗時間為 9:30 到 10:30，共 60 分鐘。
- 2、填充題答案卷及計算證明題答案卷請確認**考試編號及姓名是否正確**。
- 3、請用**藍、黑筆**作答，用鉛筆作答一律不計分，填充題每題 7 分，小計 70 分，計算證明題每題 15 分，小計 30 分，總得分 100 分。

注意事項：

- 1、(1)競賽鈴聲響時開始作答，**未響前不准動筆，並不得翻閱試題卷**；
鈴聲結束時，請停止作答，繼續作答者，該項成績以 0 分計算。
(2)測驗時請將個人手機、電子穿戴設備及鬧鈴器具關閉，並放置於個人手提袋內，不可拿出來使用。
(3)使用黑筆填答；考生可攜帶三角板、直尺、圓規，但不得攜帶量角器或附量角器功能之文具。
(4)測驗競賽完畢，考生不可帶走題目卷。
- 2、如有下述違規事件，經監考人員填寫於試場違規紀錄表，並經考生簽名確認後，該項成績扣 10 分計算，累計扣分至該項比賽 0 分為限：
 - a. 測驗期間個人手機、電子穿戴設備及鬧鈴器具聲響。
 - b. 競賽期間口語交談或言行有異。
 - c. 使用計算機、其他輔助工具或翻閱任何書籍。
 - d. 競賽開始鈴響前動筆，或翻閱試題卷、答案卷。
 - e. 其他由監考人員認定之違規舉動。以下情節者，以 0 分計算：
 - a. 鈴聲結束停止作答後，繼續作答者，該項成績以 0 分計算。
 - b. 未使用黑筆填答，該張答案卷以 0 分計算。

新竹市112學年度國中數學能力競賽 數學達人賽

備註：1. 第一部分為填充題，每題7分，只須填答案，請將答案填入答案卷正確格子內。

2. 根據各題題目中所規定的形式寫出正確答案，並將答案化成最簡分數或最簡根式。

【第一部分】

1. 求 $\sqrt{4 \times 2023^2 - 5 \times 2023 + 2024} =$ _____

2. 有一數列 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{39}, a_{40}$ ，且 $\frac{a_1}{a_1-120} = \frac{a_2}{a_2-117} = \frac{a_3}{a_3-114} = \dots = \frac{a_{40}}{a_{40}-3}$ ，
已知 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 1420$ ，則 $a_{11} + a_{12} + \dots + a_{30} =$ _____。

3. 甲、乙兩人參加同一場數學競試，考完後兩人對答案發現甲做對27題，乙做對25題，有二分之一的試題兩人同時做對，有五分之一的試題兩人同時做錯或沒做答，則這份試題的題數為_____題。

4. 來來連鎖速食餐廳推出每日一特餐活動，一份特餐包含主食、點心與飲料三類，如下表(一)所示，而且特餐的菜單內容是按照每類的表列順序組合排出，例如：

第一天：麥香雞、肉醬薯條、玉米濃湯。

第二天：大麥克、冰淇淋、可樂。

第三天：地瓜沙拉、當季水果、玉米濃湯。

第四天：麥香雞、麥克雞塊、可樂。依此類推……

如果主餐、點心及飲料皆為素食，則稱當天為「素食日」。已知一月一日的特餐為：麥香雞、肉醬薯條、玉米濃湯，則一年 365 日共有_____天為素食日。

主食	點心	飲料
麥香雞(葷)	肉醬薯條(葷)	玉米濃湯(葷)
大麥克(葷)	冰淇淋(葷)	可樂(素)
地瓜沙拉(素)	當季水果(素)	
	麥克雞塊(葷)	
	蘋果派(素)	

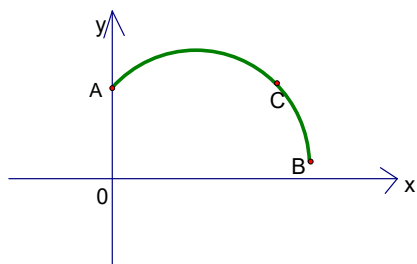
表(一)

5. 詠佳冰店推出七種品項的冰品，成本分析表如下表(二)所示。若成祿想要點一碗花生、粉圓、花豆、冰，這碗冰品的成本金額為_____元。

成本分析表		
品項	食材	金額
甲	花生、冰	11
乙	紅豆、綠豆、花豆、冰	21
丙	粉圓、芋圓、冰	25
丁	花生、紅豆、綠豆、冰	22
戊	粉圓、芋圓、花豆、冰	32
己	紅豆、花豆、冰	16
庚	紅豆、綠豆、粉圓、冰	24

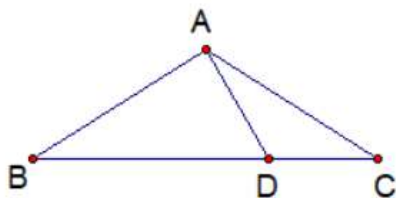
表(二)

6. 如圖(一)，直角坐標平面上，圓的一部分弧上有三點 $A(0,2)$ 、 $B(4,\frac{1}{2})$ 、 $C(\frac{7}{2},2)$ ，則其圓心坐標為_____。



圖(一)

7. 如圖(二)， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$ ，D 點為 $\overline{BC}$ 上之一點，則 $\overline{AD}^2 + \overline{BD} \times \overline{CD} =$ _____。



圖(二)

8. 若我們把一個正整數 n 的所有偶數數字加總以 $E(n)$ 表示，例如： $E(4) = 4$ ， $E(63) = 6$ ， $E(113) = 0$ ， $E(108) = 0 + 8 = 8$ 。試問： $E(1) + E(2) + E(3) + \cdots + E(199) =$ _____。

9. 如表所示，鍾碩將 1、2、3、4、 $\cdots$ 、16 填入 4×4 正方形的 16 塊小方格內，使得每一直行、橫列、對角線的四個數字「總和」都相等。若鍾碩已填入部分數字，則表格中的
 $\text{甲} + \text{戊} - \text{壬} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

甲	乙	3	丙
丁	戊	10	8
9	7	己	庚
4	辛	壬	1

10. 已知 17 個連續正整數之和恰等於某一個質數 p 的立方，則此 17 個正整數中最大的數為
 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

新竹市112學年度國中數學能力競賽 數學達人賽 【試題卷】

備註：1.第二部分為計算證明題，每題 15 分，須在答案卷上寫出作答歷程與註明答案。

2.計算證明題，若是只有答案沒有過程將不予計分，需寫在答案卷上*

【第二部分】

【題組一】

1. 阿部寬老師將整數 1~13 分成兩組，每組都至少有一個數，令第 1 組的數字總和為 P，第 2 組的數字總和為 Q，且 $\frac{Q}{P}$ 為整數 k，則 k 值可能為何？

【題組二】

2. 如右圖，已知圓 O 為直徑 30 的圓， $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{BC}^2 = \overline{CE} \times \overline{CD}$ ，請回答下列問題。
- (1) 請說明 $\triangle DCB \sim \triangle BCE$ 。
- (2) $\triangle ABC$ 的面積為何？

